

σειρά σου τώρα...

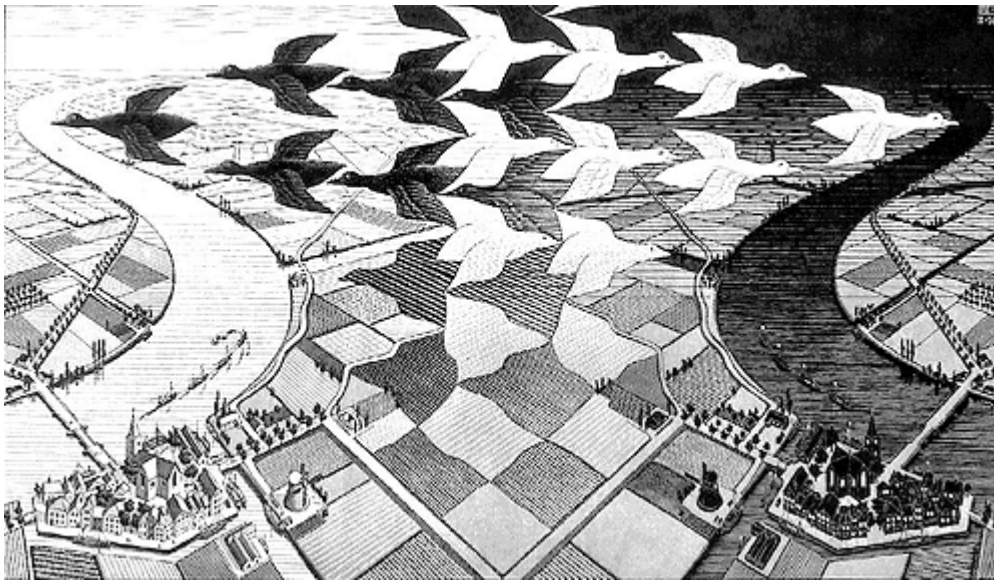


- ✎ 1. Αν τα σημεία A, B, Γ και Δ είναι συνευθειακά και K, Λ είναι τα μέσα των $A\Gamma$ και $B\Delta$ αντιστοίχως, να αποδείξεις ότι: $\overline{AB} + \overline{\Gamma\Delta} = 2\overline{K\Lambda}$
- ✎ 2. Να βρεις στο επίπεδο ενός τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ ένα σημείο K τέτοιο ώστε να ισχύει:
 $2\overline{AK} = \overline{A\Gamma} - \overline{AB}$
- ✎ 3. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ παίρνουμε τα σημεία E, Z της διαγωνίου $A\Gamma$ έτσι ώστε νάναι $AE = Z\Gamma = \frac{1}{4}A\Gamma$. Να αποδείξεις ότι το $EBZ\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο
- ✎ 4. Να βρεις τις συντεταγμένες της κορυφής Δ του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ που έχει κορυφές τα σημεία $A(1, 3), B(2, -1)$ και $\Gamma(-4, -2)$
- ✎ 5. Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει κορυφή $A(-1, 2)$ και μέσο της $B\Gamma$ το $M(3, -1)$. Να βρεις τις συντεταγμένες του βαρύκεντρου G του τριγώνου
- ✎ 6. i. Αν $\vec{a}, \vec{\beta}$ είναι μη συγγραμμικά διανύσματα και ισχύει: $\lambda\vec{a} + \mu\vec{\beta} = \vec{0}$ ($\lambda, \mu \in \mathbb{R}$) να αποδείξεις ότι: $\lambda = \mu = 0$
ii. Έστω τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ τα οποία ανά δύο δεν είναι συγγραμμικά. Αν $\vec{a} // \vec{\beta} + \vec{\gamma}$ και $\vec{\beta} // \vec{a} + \vec{\gamma}$, να αποδείξεις ότι: $\vec{\gamma} // \vec{a} + \vec{\beta}$
- ✎ 7. Αν $\vec{a} + \vec{\beta} - \sqrt{3}\vec{\gamma} = \vec{0}$ και $|\vec{a}| = |\vec{\beta}| = |\vec{\gamma}| = 1$, να υπολογίσεις:
i. το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\gamma}$
ii. τη γωνία $(\vec{a}, \vec{\gamma})$
- ✎ 8. Να αναλύσεις το διάνυσμα $\vec{\gamma} = (7, 10)$ σε δύο συνιστώσες κάθετες προς τα διανύσματα $\vec{a} = (3, -2)$ και $\vec{\beta} = (\frac{4}{3}, -1)$
- ✎ 9. Αν $\vec{a} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ και $3|\vec{a}| = 4|\vec{\beta}| = 12|\vec{\gamma}|$, να αποδείξεις ότι:
i. τα $\vec{\beta}, \vec{\gamma}$ είναι ομόρροπα
ii. τα $\vec{a}, \vec{\beta}$ είναι αντίρροπα

- ✎ 10. Αν $|\vec{\alpha}|=|\vec{\beta}|=|\vec{\gamma}|=2$ και $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}+\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma}=8$, να αποδείξεις ότι: $\vec{\alpha}=\vec{\beta}=\vec{\gamma}$
- ✎ 11. Αν $\vec{\alpha}\neq\pm\vec{\beta}$, να αποδείξεις ότι: $\frac{|\vec{\alpha}|}{|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|}+\frac{|\vec{\beta}|}{|\vec{\alpha}-\vec{\beta}|}\geq 1$
- ✎ 12. Να βρεις το μήκος του ύψους $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$ που έχει κορυφές τα σημεία: $A(2, 3)$, $B(1, 1)$ και $\Gamma(3, 4)$
- ✎ 13. i. Να βρεις τις τιμές του a ($\in\mathbb{R}$) ώστε η εξίσωση (ε) : $(a^2+3a-4)x^2+(a-1)x+3(1-a)y-25=0$ να παριστάνει ευθεία
ii. Αν A, B είναι τα σημεία τομής της ευθείας ε με τους άξονες να βρεις τις ακέραιες τιμές του κ για τις οποίες το σημείο $M(\kappa-1, \kappa)$ κινείται στο ευθ. τμήμα AB
- ✎ 14. Να αποδείξεις ότι η εξίσωση (ε) : $(\sin^2\frac{\theta}{2})x+(\eta\mu^2\frac{\theta}{2})y+\sin\theta-1=0$ ($\theta\in\mathbb{R}$) παριστάνει ευθείες οι οποίες διέρχονται από το ίδιο σημείο και να βρεις το σημείο αυτό
- ✎ 15. i. Να αποδείξεις ότι οι ευθείες (ε_1) : $2x-y+1-3\kappa=0$ και (ε_2) : $3x-y-4\kappa+1=0$ για κάθε τιμή του πραγματικού κ τέμνονται σε ένα σημείο M
ii. Να βρεις το γεωμετρικό τόπο του σημείου M
- ✎ 16. Ένα τρίγωνο έχει βαρύκεντρο $G(-1, 0)$ και δύο από τις πλευρές του πάνω στις ευθείες (ε_1) : $y=-x+1$ και (ε_2) : $y=-1$. Να βρεις την εξίσωση της ευθείας στην οποία βρίσκεται η τρίτη του πλευρά
- ✎ 17. Να αποδείξεις ότι αν οι ευθείες (ε_1) : $A_1x+B_1y+C_1=0$ και (ε_2) : $A_2x+B_2y+C_2=0$ σχηματίζουν γωνία ω τότε ισχύει: $\text{συν}\omega=\frac{A_1A_2+B_1B_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$
- ✎ 18. Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί α, β και γ με $\alpha < \beta < \gamma$. Να αποδείξεις ότι το εμβαδόν E του τριγώνου με κορυφές τα σημεία $A(\alpha, \alpha^2)$, $B(\beta, \beta^2)$ και $\Gamma(\gamma, \gamma^2)$ είναι:
$$E=\frac{1}{2}(\alpha-\beta)(\beta-\gamma)(\gamma-\alpha)$$
- ✎ 19. Έστω τα σημεία $A(4, 2)$, $B(7, -1)$ και η ευθεία (ε) : $x+3y-2=0$.
Να βρεις τα σημεία M της ε για τα οποία ισχύει: $(MAB)=12$
- ✎ 20. Έστω τα σημεία $A(2, 3)$, $B(1, -4)$. Να βρεις το γεωμετρικό τόπο των σημείων M Για τα οποία ισχύει: $(ABM)=4$

- ✎ 21. Δίνονται η ευθεία (ϵ): $3x-2y+1=0$ και ο κύκλος (c_1): $x^2+y^2-x-7=0$
- να αποδείξεις ότι η ϵ και ο c_1 τέμνονται σε δύο σημεία
 - να αποδείξεις ότι για κάθε πραγματικό αριθμό λ , η εξίσωση:
(c): $x^2+y^2-x-7+\lambda(3x-2y+1)=0$ παριστάνει κύκλο ο οποίος διέρχεται από τα σημεία τομής των ϵ και c_1
 - να βρεις τον γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων c_1
- ✎ 22. Να βρεις τον γεωμετρικό τόπο των μέσων των χορδών του κύκλου (c): $x^2+y^2=4$ οι οποίες είναι παράλληλες προς την ευθεία (ϵ): $3x-y+5=0$
- ✎ 23. Δίνονται η παραβολή (c): $y^2=4x$ και η ευθεία (ϵ): $y=x-1$
- να βρεις τα κοινά τους σημεία A και B
 - να αποδείξεις ότι οι εφαπτόμενες της c στα σημεία A και B είναι κάθετες
- ✎ 24. Δίνονται η παραβολή (c): $y^2=4x$ και το σημείο $A(-2, -2)$.
Αν B και Γ είναι τα σημεία επαφής των εφαπτομένων της c που άγονται από το σημείο A να βρεις την εξίσωση της χορδής $B\Gamma$
- ✎ 25. Ο κύκλος με κέντρο το σημείο $O(0, 0)$ και ακτίνα β διέρχεται από τις εστίες της έλλειψης (c): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ οι οποίες βρίσκονται στον άξονα $x'x$.
Να βρεις την εκκεντρότητα της c
- ✎ 26. Να βρεις την εξίσωση της χορδής της έλλειψης (c): $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ η οποία έχει μέσο το σημείο $M(1, \frac{1}{2})$
- ✎ 27. Δίνεται η υπερβολή (c): $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$
Μία εφαπτόμενη ϵ της c τέμνει τον ημιάξονα $y'O$ στο σημείο A και τον ημιάξονα Ox στο σημείο B έτσι ώστε να ισχύει: $(OB)=2(OA)$. Να βρεις την εξίσωση της ϵ
- ✎ 28. Ο κύκλος με εξίσωση (c): $x^2+y^2=16$ διέρχεται από τις κορυφές μιας υπερβολής η οποία έχει ασύμπτωτες τις ευθείες με εξισώσεις $y = \pm \frac{4}{3}x$ και τις εστίες της στον άξονα $y'y$.
Να βρεις την εξίσωση της υπερβολής και την εκκεντρότητά της
- ✎ 29. Να αποδείξεις ότι η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(1, 4)$ και είναι παράλληλη στην ευθεία (ϵ): $y=x+1$ εφάπτεται στην υπερβολή (c): $\frac{x^2}{(\frac{1}{2})^2} - y^2 = 1$

- ✎ 30. Η εφαπτόμενη και η κάθετη στην εφαπτόμενη σε τυχαίο, αλλά διάφορο των κορυφών, σημείο μίας υπερβολής τέμνουν τον άξονα $x'x$ στα σημεία A και B .
Να αποδείξεις ότι: $(OA)(OB) = \gamma^2$ (όπου 2γ είναι η εστιακή απόσταση της υπερβολής)



M. C. Escher(1898-1972)

day and night (1938)