Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:
Ημερομηνία: Ομάδα: **Α**

διαγώνισμα 1ου τετραμήνου στα μαθηματικά κατεύθυνσης β΄ λυκείου

Εισηγητής: Βαθμός:

Θέμα 1ο

♦ αν λ_1 , λ_2 είναι οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ αντιστοίχως, να αποδείξεις ότι: $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1$ (13μ.)

απόδειξη

♦ ένα διάνυσμα κάθετο στην ευθεία με εξίσωση Αx+Βy+Γ=0 είναι το:

- $\vec{n}$ =(Β, Α)
- $\vec{n}$ =(Α, -Β)
- $\vec{n}$ =(Α, Β)
- $\vec{n}$ =(Β, -Α) (6μ.)

♦ αν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}||\vec{\beta}|$ *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

♦ κάθε ευθεία έχει εξίσωση της μορφής: y=αx+β *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

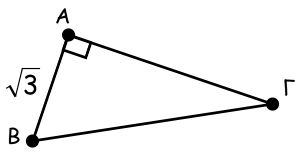
Θέμα 2ο

♦ η εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία Α(-3, 1) και Β(-3, 2) είναι: -------------------- (5μ.)

♦ η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο Κ(1,2) και έχει συντελεστή διεύθυνσης –1 είναι:

- y= -x+2
- x+y-3=0
- 3x-y-1=0
- x+y-5=0 (10μ.)

♦ σε ορθογώνιο ($\hat{A}$=90ο) τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=$\sqrt{3}$ ισχύουν:



- $προβ_{\overrightarrow{BA}}\overrightarrow{B\Gamma}$ = ------- (5μ.)
- $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{B\Gamma}$ = -- (5μ.)

Θέμα 3ο

- να βρεις την εξίσωση της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ που έχει άκρα τα σημεία Α(-1, 5) και Β(5, 3) (25μ.)

λύση

Θέμα 4ο

δίνονται τα σημεία Α(1, 2), Β(0, 1) και Γ(-8, -3)

- αν Η είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου ΑΒΓ, να βρεις την εξίσωση της ευθείας ΑΗ (15μ.)
- να βρεις το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ΑΗ με τους άξονες συντεταγμένων (10μ.)

λύση

Καλή επιτυχία !

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:
Ημερομηνία: Ομάδα: **Β**

διαγώνισμα 1ου τετραμήνου στα μαθηματικά κατεύθυνσης β΄ λυκείου

Εισηγητής: Βαθμός:

Θέμα 1ο

♦ αν $\vec{\alpha}=(x_1, y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2, y_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου που σχηματίζουν γωνία θ, να αποδείξεις ότι: $\sigma\upsilon\nu\theta = \dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$ (13μ.)

απόδειξη

♦ αν $\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{u}\cdot\vec{w}$ και $\vec{u}\neq\vec{0}$, τότε:

- $\vec{v}=\vec{w}$ • $\vec{v}\,//\,\vec{w}$ • $\vec{u}\perp\vec{v}-\vec{w}$ • $\vec{u}\perp\vec{v}+\vec{w}$ (6μ.)

♦ $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=0 \Leftrightarrow \vec{\alpha}=\vec{0}$ ή $\vec{\beta}=\vec{0}$ *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

♦ το διάνυσμα $\vec{n}=(A, B)$ είναι παράλληλο στην ευθεία με εξίσωση Αx+Βy+Γ=0 *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

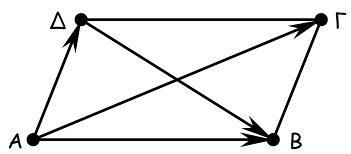
Θέμα 2ο

♦ η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Μ(2, 2) και Ν(-5, 2) είναι: ------------ (5μ.)

♦ η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το Α(2,1) και έχει συντελεστή διεύθυνσης 1, είναι:

- x+y+1=0 • x-y-1=0 • y=x+1 • y=x-2 (10μ.)

♦ σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΑΒ=6 και ΑΔ=2, ισχύουν:



- $\overrightarrow{A\Gamma}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{A\Delta}$ *Σωστό ή Λάθος;* (2μ.)
- $\overrightarrow{\Delta B}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A\Delta}$ *Σωστό ή Λάθος;* (2μ.)
- $\overrightarrow{A\Gamma}\cdot\overrightarrow{\Delta B}=$ -- (6μ.)

Θέμα 3ο

- να βρεις την εξίσωση της διαμέσου $μ_α$ του τριγώνου με κορυφές τα Α(-1, 3), Β(2, 4) και Γ(0, -2) (25μ.)

λύση

Θέμα 4ο

δίνονται τα σημεία Α(-1, 1), Β(1, -1) και Γ(4, 2)

- να βρεις τις συντεταγμένες της κορυφής Δ του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ (15μ.)
- να αποδείξεις ότι το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο (10μ.)

λύση

Καλή επιτυχία !

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:
Ημερομηνία: Ομάδα: **Α**

διαγώνισμα 1^ου^ τετραμήνου στα μαθηματικά κατεύθυνσης β΄ λυκείου

Εισηγητής: Βαθμός:

Θέμα 1°

- να αποδείξεις ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x_o, y_o)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι: $y - y_o = \lambda(x - x_o)$ (13μ.)

  απόδειξη:

- ένα διάνυσμα κάθετο στην ευθεία με εξίσωση $Ax+By+\Gamma=0$ είναι το:

  • $\vec{n}=(B, A)$ • $\vec{n}=(A, -B)$ • $\vec{n}=(A, B)$ • $\vec{n}=(B, -A)$ (6μ.)

- $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=0 \Leftrightarrow \vec{\alpha}=\vec{0}$ ή $\vec{\beta}=\vec{0}$ *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

- αν $\vec{\alpha}//\vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=|\vec{\alpha}||\vec{\beta}|$ *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

Θέμα 2°

- η ευθεία $x=0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης 0 *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

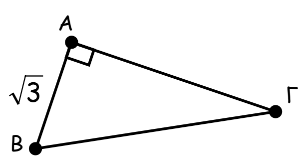
- οι ευθείες $x=-5$ και $y=3$ είναι κάθετες *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

- οι ευθείες $y=\lambda x+1$ και $y=(2\lambda-4)x-3$ είναι παράλληλες όταν

  • $\lambda=0$ • $\lambda=1$ • $\lambda=2$ • $\lambda=4$ (6μ.)

- σε ορθογώνιο ($\hat{A}=90°$) τρίγωνο ΑΒΓ με $AB=\sqrt{3}$ να υπολογίσεις το εσωτερικό γινόμενο $\vec{BA}\cdot\vec{B\Gamma}$ (13μ.)

  λύση



Θέμα 3°

- να βρεις την εξίσωση της ευθείας (ε) που τέμνει τους άξονες στα Α(α, 0) και Β(0, β) (α,β∈R*) (10μ.)

  λύση:

- να αποδείξεις ότι αν η (ε) διέρχεται από το Μ(2, 2) τότε αυτή σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν |α+β| (15μ.)

  απόδειξη:

Θέμα 4°

έστω $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δύο μη μηδενικά διανύσματα και το διάνυσμα $\vec{u} = \vec{\beta}^2\vec{\alpha} - (\vec{\alpha}\vec{\beta})\vec{\beta}$

- να αποδείξεις ότι: $\vec{u} \perp \vec{\beta}$ (10μ.)

  απόδειξη:

- να αποδείξεις ότι: $|\vec{u}| = \sqrt{\vec{\alpha}^2(\vec{\beta}^2)^2 - (\vec{\alpha}\vec{\beta})^2\vec{\beta}^2}$ (5μ.)

  απόδειξη:

- να αποδείξεις ότι: $\vec{u} = \vec{0}$ όταν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$ (10μ.)

  απόδειξη:

Καλή επιτυχία !

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:
Ημερομηνία: Ομάδα: **Β**

διαγώνισμα 1^{ου} τετραμήνου στα μαθηματικά κατεύθυνσης β΄ λυκείου

Εισηγητής: Βαθμός:

Θέμα 1^{ο}

♦ να αποδείξεις ότι για δύο διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{v}$ του επιπέδου με $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ ισχύει: $\vec{\alpha} \cdot \vec{v} = \vec{\alpha} \cdot \text{προβ}_{\vec{\alpha}}\vec{v}$ (13μ.)

απόδειξη:

♦ κάθε ευθεία έχει εξίσωση της μορφής: y=αx+β *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

♦ αν $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$ και $\vec{u} \neq \vec{0}$, τότε:

- $\vec{v} = \vec{w}$ • $\vec{v} // \vec{w}$ • $\vec{u} \perp \vec{v} - \vec{w}$ • $\vec{u} \perp \vec{v} + \vec{w}$ (6μ.)

♦ το διάνυσμα $\vec{n}$=(Α, Β) είναι παράλληλο στην ευθεία με εξίσωση Αx+Βy+Γ=0 *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

Θέμα 2^{ο}

♦ η ευθεία y = 0 δεν έχει συντελεστή διεύθυνσης *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

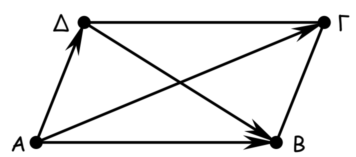
♦ τα διανύσματα $\vec{u}$=(λ^2, 1) και $\vec{v}$=(λ, 1) είναι κάθετα όταν

- λ=0 • λ= -1 • λ=1 • λ= 2 (6μ.)

♦ οι ευθείες x= 2 και y= 3 είναι κάθετες *Σωστό ή Λάθος;* (3μ.)

♦ έστω παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΑΒ=6 και ΑΔ=2. Να υπολογίσεις το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{ΑΓ} \cdot \overrightarrow{ΔΒ}$ (13μ.)

λύση



Θέμα 3ο

να αναλύσεις το διάνυσμα $\vec{v}=(3, -1)$ σε δύο κάθετες συνιστώσες,
από τις οποίες η μία να είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\alpha}=(-1, 2)$ (25μ.)

λύση:

Θέμα 4ο

έστω η εξίσωση (ε): $(\alpha+\beta)x+(\alpha-\beta)y=\alpha+\beta$

- να αποδείξεις ότι για κάθε ζεύγος $(\alpha, \beta)\neq(0, 0)$ η (ε) παριστάνει ευθεία (10μ.)

απόδειξη:

- να αποδείξεις ότι για τις διάφορες τιμές των α και β οι ευθείες που παριστάνει η (ε) διέρχονται από σταθερό σημείο και να βρεις το σημείο αυτό (15μ.)

απόδειξη:

Καλή επιτυχία !