

Όνοματεπώνυμο:
 Ημερομηνία:

Τμήμα:
 Ομάδα: Α

διαγώνισμα 1^{ου} τετραμήνου στα μαθηματικά γενικής παιδείας γ' λυκείου

Εισηγητής:

Βαθμός:

Θέμα 1^ο

- ♦ πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; (10μ.)
απάντηση

- ♦ αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ , να αποδείξεις ότι
 $(cf(x))' = cf'(x)$, $x \in \Delta$ όπου $c \in \mathbb{R}$ (15μ.)
απόδειξη

Θέμα 2^ο

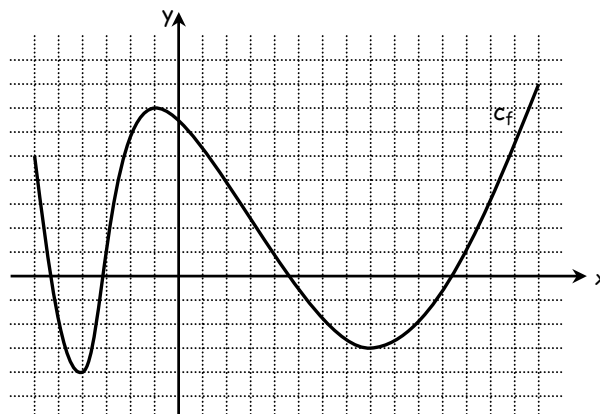
- ♦ για μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού όλο το \mathbb{R} ισχύει πάντα:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}, \text{ όπου } x \in \mathbb{R}$$

Σωστό ή Λάθος; (10μ.)

- ♦ αν η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f είναι αυτή του σχήματος τότε η εξίσωση $f'(x)=0$ έχει:

- μία ρίζα
- δύο ρίζες
- τρεις ρίζες
- καμία ρίζα



(15μ.)

Θέμα 3°

- ♦ να βρεις το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{2x - 1} - \sqrt{x}}$ (χωρίς να αναφερθείς στο πεδίο ορισμού) (12μ.)

Λύση

- ♦ να βρεις την παράγωγο της συνάρτησης $f(x) = \frac{\eta\mu x}{\ln x}$ (13μ.)

Λύση

Θέμα 4°

δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^6 - 5x$, $x \in \mathbb{R}$

- ♦ να βρεις το σημείο $A(x_0, f(x_0))$, αν είναι γνωστό ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο A σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 45^\circ$ (12μ.)
- ♦ να βρεις την εξίσωση της εφαπτομένης του προηγούμενου ερωτήματος (13μ.)

Λύση

Όνοματεπώνυμο:
Ημερομηνία:

Τμήμα:
Ομάδα: Β

διαγώνισμα 1^{ου} τετραμήνου στα μαθηματικά γενικής παιδείας γ' λυκείου

Εισηγητής:

Βαθμός:

Θέμα 1^ο

- ♦ πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο σημείο $x_1 \in A$; (10μ.)
απάντηση

- ♦ αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες σε ένα διάστημα Δ , να αποδείξεις ότι:
 $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$, $x \in \Delta$ (15μ.)
απόδειξη

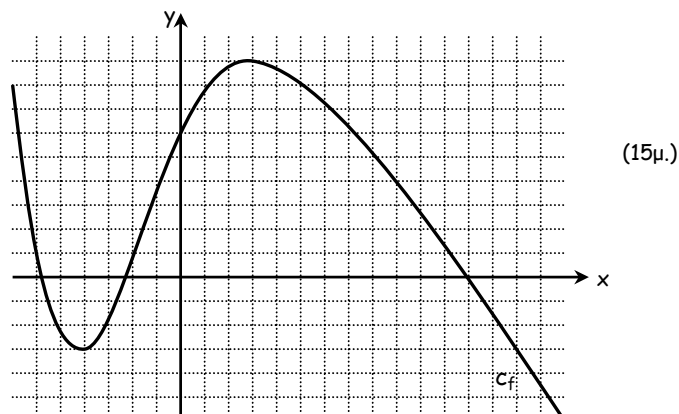
Θέμα 2^ο

- ♦ αν η συνάρτηση που μας δίνει τη θέση ενός κινητού σε κάθε χρονική στιγμή t (συνάρτηση θέσης) είναι τριώνυμο 2^{ου} βαθμού ως προς t , τότε η επιτάχυνση του κινητού είναι σταθερή

Σωστό ή Λάθος; (10μ.)

- ♦ αν η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f είναι αυτή του σχήματος τότε η εξίσωση $f'(x)=0$ έχει:

- μία ρίζα
- δύο ρίζες
- τρεις ρίζες
- καμία ρίζα



Θέμα 3°

- ♦ να βρεις το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x-1} - 1}$ (χωρίς να αναφερθείς στο πεδίο ορισμού) (12μ.)

Λύση

- ♦ να βρεις την παράγωγο της συνάρτησης $f(x) = \frac{\ln x}{\eta\mu x}$ (13μ.)

Λύση

Θέμα 4°

δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^4 - 3x$, $x \in \mathbb{R}$

- ♦ να βρεις το σημείο $A(x_0, f(x_0))$, αν είναι γνωστό ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο A είναι παράλληλη στην ευθεία $(\varepsilon): y = x - 5$ (12μ.)
- ♦ να βρεις την εξίσωση της εφαπτομένης του προηγούμενου ερωτήματος (13μ.)

Λύση

Όνοματεπώνυμο:
Ημερομηνία:

Τμήμα:
Ομάδα: **A**

διαγώνισμα 1^{ου} τετραμήνου στα μαθηματικά γενικής παιδείας γ' λυκείου

Εισηγητής:

Βαθμός:

Θέμα 1^ο

- ♦ να αποδείξεις ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x)=c$, $x \in \mathbb{R}$ όπου $c \in \mathbb{R}$ είναι η $f'(x)=0$ (13μ.)
απόδειξη

- ♦ μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της όταν

..... (3μ.)

- ♦ μία συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της όταν

..... (3μ.)

- ♦ συμπλήρωσε τις ακόλουθες ισότητες:

• $(\sqrt{x})' =$ • $(f(x)g(x))' =$ • $(\frac{f(x)}{g(x)})' =$ (6μ.)

Θέμα 2^ο

- ♦ αν μία παραγωγίσιμη συνάρτηση f έχει για $x=-1$ τοπικό ελάχιστο το $f(-1)=1$, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(-1, 1)$ είναι η ευθεία:

• $y=x-1$ • $y=1$ • $y=-x+1$ • $y=-1$ (7μ.)

- ♦ αν $f(x)=\eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$, τότε $f''(x)=f(x)$ Σωστό ή Λάθος: (5μ.)

- ♦ αν η συνάρτηση που δίνει τη θέση ενός κινητού που κινείται σε έναν άξονα (συνάρτηση θέσης) σε κάθε χρονική στιγμή t είναι τριώνυμο 2^{ου} βαθμού ως προς t , τότε η επιτάχυνση του κινητού είναι σταθερή Σωστό ή Λάθος: (5μ.)

- ♦ αν $f(x)=\sqrt{4+x^4}$, $x \in \mathbb{R}$ τότε $f'(x)=$ (8μ.)

Θέμα 3°

έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$

- ♦ να βρεις το πεδίο ορισμού της

(10μ.)

Λύση

- ♦ να υπολογίσεις το $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

(15μ.)

Λύση

Θέμα 4°

έστω μία συνάρτηση g , παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} με $g(9) = -1$ και $g'(9) = 2$ και η συνάρτηση $f(x) = g(x^2)$, $x \in \mathbb{R}$

- ♦ βρες την παράγωγο της f

(7μ.)

Λύση

- ♦ βρες την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο τετμημένης -3

(18μ.)

Λύση

Όνοματεπώνυμο:
Ημερομηνία:

Τμήμα:
Ομάδα: Β

διαγώνισμα 1^{ου} τετραμήνου στα μαθηματικά γενικής παιδείας γ' λυκείου

Εισηγητής:

Βαθμός:

Θέμα 1^ο

- ♦ να αποδείξεις ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x)=x$, $x \in \mathbb{R}$ είναι η $f'(x)=1$ (13μ.)
απόδειξη

- ♦ μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής όταν

..... (3μ.)

- ♦ μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο σημείο $x_0 \in A$ όταν

..... (3μ.)

- ♦ συμπλήρωσε τις ακόλουθες ισότητες:

• $(\sin x)' =$ • $(cf(x))' =$ • $[f(g(x))]' =$ (6μ.)

Θέμα 2^ο

- ♦ για μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} ισχύει πάντα

για κάθε $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ Σωστό ή Λάθος; (5μ.)

- ♦ αν μία παραγωγίσιμη συνάρτηση f έχει για $x=3$ τοπικό μέγιστο το $f(3)=-3$, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(3, -3)$ είναι η ευθεία:

• $y = -3$ • $y = 3x - 3$ • $y = 3$ • $y = -3x + 3$ (7μ.)

- ♦ αν $f(x) = \frac{x}{\ln x}$, $x \in (1, +\infty)$ τότε $f'(x) =$ (8μ.)

- ♦ αν $f(x) = e^{2x}$, $x \in \mathbb{R}$, τότε $f'(x) = 2f(x)$ Σωστό ή Λάθος; (5μ.)

Θέμα 3°

έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^x(\sqrt{x}-1)}{x^2-1}$

- ♦ να βρεις το πεδίο ορισμού της

(10μ.)

Λύση

- ♦ να υπολογίσεις το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(15μ.)

ΛύσηΘέμα 4°

από τυχαίο σημείο $M(x, y)$ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$

φέρνουμε ευθείες παράλληλες προς τους άξονες $x'x$ και $y'y$ οι οποίες σχηματίζουν με τους ημιάξονες O_x, O_y ορθογώνιο παραλληλόγραμμο

- ♦ να εκφράσεις την περίμετρο Π του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x

(7μ.)

Λύση

- ♦ να βρεις τις συντεταγμένες του σημείου M ώστε η περίμετρος Π του ορθογωνίου να είναι ελάχιστη (18μ.)

Λύση